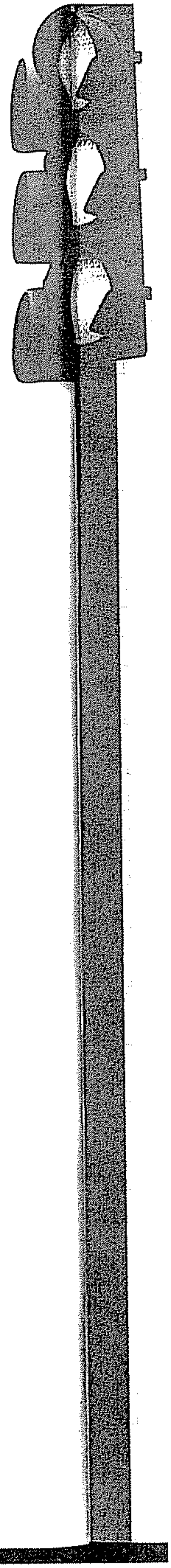
PARADA TEÓRICA

# 9 Propiedades de la potenciación y radicación en $\mathbb{R}$



## Propiedades de la potenciación

- *Potencia de exponente cero* $a^0 = 1 \Leftrightarrow a \neq 0$
- *Potencia de exponente negativo.* $a^{-n} = \frac{1}{a^n} \Leftrightarrow a \neq 0$
- *Potencia de otra potencia.* $(a^n)^m = a^{n.m}$
- *Producto de potencias de igual base.* $a^n.a^m = a^{n+m}$
- *Cociente de potencias de igual base.* $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$
- *Distributividad respecto de la multiplicación.* $(a.b)^n = a^n.b^n$
- *Distributividad respecto de la división.* $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

## Propiedades de la radicación

La radicación se puede expresar como una potencia de exponente fraccionario: $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$

**a)** $\sqrt{5} = 5^{\frac{1}{2}}$ **b)** $\sqrt[3]{7} = 7^{\frac{1}{3}}$ **c)** $\sqrt[3]{x^2} = x^{\frac{2}{3}}$ **d)** $\sqrt[4]{\frac{1}{x^5}} = x^{-\frac{5}{4}}$

Las propiedades de la radicación son análogas con las de la potenciación.

- *Raíz de raíz.* $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \left(a^{\frac{1}{m}}\right)^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{1}{n.m}} = \sqrt[m.n]{a}$
- *Distributividad respecto de la multiplicación.* $\sqrt[n]{a.b} = (a.b)^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{1}{n}}.b^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b}$
- *Distributividad respecto de la división.* $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{n}} = \frac{a^{\frac{1}{n}}}{b^{\frac{1}{n}}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$
- *Simplificación de índices.* $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} = a^{\frac{m:r}{n:r}} = \sqrt[n:r]{a^{m:r}} \Leftrightarrow r \neq 0$

**a)** $\sqrt[4]{5^2} = \sqrt{5}$ **b)** $\sqrt[6]{8} = \sqrt[6]{2^3} = \sqrt{2}$ **c)** $\sqrt[12]{81} = \sqrt[12]{3^4} = \sqrt[3]{3}$

- *Eliminación del radical.* $\sqrt[n]{a^n} = a \Leftrightarrow$ n es impar
  $\sqrt[n]{a^n} = |a| \Leftrightarrow$ n es par

**a)** $\sqrt{25} = \sqrt{5^2} = |5| = 5$ **b)** $\sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = |2| = 2$ **c)** $\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3$ **d)** $\sqrt[5]{-32} = \sqrt[5]{(-2)^5} = -2$

- *Amplificación de índices.* $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} = a^{\frac{m.p}{n.p}} = \sqrt[n.p]{a^{m.p}} \Leftrightarrow p \neq 0$

**a)** $\sqrt{6} = \sqrt[2.2]{6^{1.2}} = \sqrt[4]{6^2} = \sqrt[4]{36}$ **b)** $\sqrt[3]{4} = \sqrt[3.3]{2^{2.3}} = \sqrt[9]{2^6} = \sqrt[9]{64}$ **c)** $\sqrt[5]{x^3} = \sqrt[5.4]{x^{3.4}} = \sqrt[20]{x^{12}}$

# Propiedades de la potenciación y radicación en $\mathbb{R}$

PARADA PRÁCTICA 9

VERIFICACIÓN 9

**Escriban V (verdadero) o F (falso) según corresponda en cada caso.**

1) $a^3 . a^2 = a^6$

2) $m.m.m = 3m$

3) $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$

4) $(b.b^2)^3 = b^9$

5) $\sqrt{a^3} = a^{\frac{2}{3}}$

6) $\sqrt{x^2} = x$

APLICACIÓN 9

## Ejercicio 9.1

**Hallen la mínima expresión, aplicando las propiedades de la potenciación.**

1) $(a.a^2)^2 : a^5 =$

2) $(x^5)^3 : (x.x)^2 =$

3) $(b.b^{-2})^3 . b^2 =$

4) $(a^2.b)^4 . (a.b)^{-2} =$

5) $\left(\frac{m}{n^3}\right)^5 \cdot \left(\frac{m}{n}\right)^{-3} =$

6) $(x^{-2}.y^3)^3 . (x^4.y^{-7}) =$

## Ejercicio 9.2

**Hallen la mínima expresión, aplicando las propiedades de la radicación.**

1) $\sqrt{a^3}\,\sqrt{a}\,\sqrt{a^4} =$

2) $\sqrt[6]{x^4}\,\sqrt[9]{x^6}\,\sqrt[15]{x^{10}} =$

3) $\sqrt[9]{\frac{x^{12}}{y^{15}}} =$

4) $\sqrt[3]{x^2.z^5}\,\sqrt[3]{x^7.z} =$

## Ejercicio 9.3

**Resuelvan aplicando propiedades.**

1) $\frac{2^5}{2^3} + 3^{-1} - \sqrt{2}\,\sqrt{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} =$

3) $\frac{4}{2^4} - \frac{1}{3^{-1}} + \frac{2^3.4}{32} - \sqrt{\frac{3^7}{3^3}} =$

2) $3^{-2} \cdot \frac{1}{3^3} \cdot 3^6 + \sqrt{\sqrt{\frac{625}{81}}} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} =$

4) $\frac{\sqrt{10}\,\sqrt{6}}{\sqrt{15}} - \left(\frac{1}{2}\right)^4 : 2^{-2} + \sqrt[3]{\frac{\sqrt{8}\,\sqrt{8}}{27}} =$

PARADA TEÓRICA

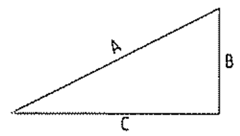
# 10 Números irracionales. Radicales

Los números irracionales son aquellos que no pueden ser expresados como el cociente entre dos números enteros y tienen infinitas cifras decimales no periódicas.

Como ya se vio, las raíces no exactas de números racionales son números irracionales.

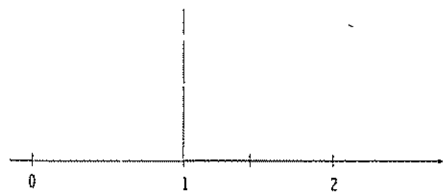
Se denomina **radical** a la raíz indicada de un número o de una expresión, siempre que esta tenga solución real.

## Representación gráfica

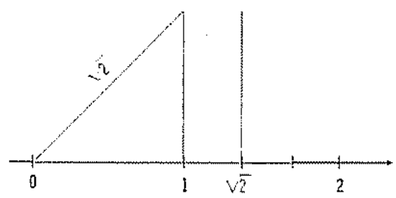



Cada número irracional tiene asociado un punto sobre la recta real.
Para representar ese punto sobre la recta numérica, si el irracional es de la forma $\sqrt{a}$, se debe recurrir al teorema de Pitágoras: $A^2 = B^2 + C^2$

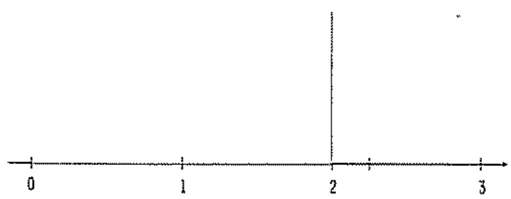
**a)** Representación de $\sqrt{2}$.
Se determina sobre la recta un triángulo rectángulo isósceles cuyos catetos midan 1.
El valor de la hipotenusa es: $\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$




**b)** Representación de $\sqrt{3}$.
Se determina sobre la recta un triángulo rectángulo cuyos catetos midan 1 y $\sqrt{2}$, respectivamente.
El valor de la hipotenusa es: $\sqrt{(\sqrt{2})^2 + 1^2} = \sqrt{3}$




**c)** Representación de $\sqrt{5}$.
Se determina sobre la recta un triángulo rectángulo cuyos catetos midan 1 y 2, respectivamente
El valor de la hipotenusa es: $\sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$




De este modo se puede representar cualquier raíz cuadrada de un número natural, siempre que se elijan convenientemente los catetos del triángulo rectángulo.

## Extracción de factores de un radical

Existen factores, dentro de un radical, que pueden ser extraídos si el exponente de los mismos es mayor o a lo sumo igual que el índice de la raíz. Para ello deben aplicarse las propiedades de la potenciación y radicación.

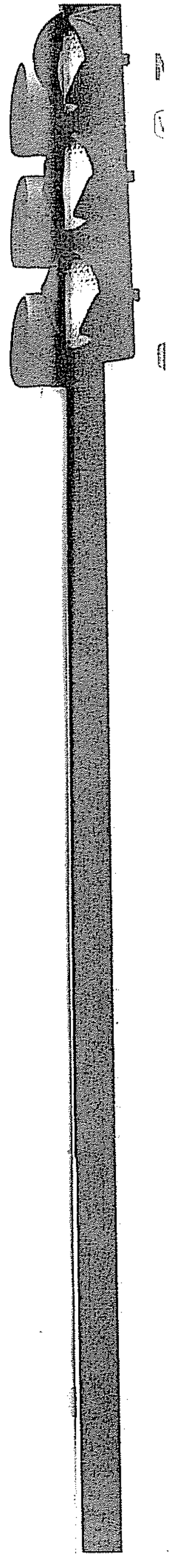
**a)** $\sqrt[3]{16x^7} = \sqrt[3]{2^4\, x^6\, x} = \sqrt[3]{2^3 . 2x^6 . x} = \sqrt[3]{2^3}\,\sqrt[3]{2}\,\sqrt[3]{x^6}\,\sqrt[3]{x} = 2\sqrt[3]{2}\, x^2 . \sqrt[3]{x} = 2x^2 . \sqrt[3]{2x}$

**b)** $\sqrt{75x^3 . y^4 . z} = \sqrt{5^2\, 3x^2\, xy^4 . z} = \sqrt{5^2}\,\sqrt{x^2}\,\sqrt{y^4}\,\sqrt{3xz} = 5xy^2 . \sqrt{3xz}$

**c)** $\sqrt[5]{\frac{128}{243}\, y^5} = \sqrt[5]{\frac{2^5 . 2^2}{3^5}\, y^5} = \sqrt[5]{\frac{2^5}{3^5}}\,\sqrt[5]{y^5}\,\sqrt[5]{2^2} = \frac{\sqrt[5]{2^5}}{\sqrt[5]{3^5}}\sqrt[5]{y^5}\,\sqrt[5]{2^2} = \frac{2}{3}\, y\, \sqrt[5]{4}$

**d)** $\sqrt{\frac{8x^2}{y^3}} = \sqrt{\frac{2^2 . x^2}{y^2}}\,\sqrt{\frac{2}{y}} = \frac{2x}{y}\,\sqrt{\frac{2}{y}}$





# Números irracionales. Radicales

PARADA PRÁCTICA 10

VERIFICACIÓN 10

- Representen en la recta real los números $\sqrt{7}$, $\sqrt{11}$ y $\sqrt{21}$.

APLICACIÓN 10

## Ejercicio 10.1

- **Simplifiquen los índices de cada una de las siguientes raíces.**

1) $\sqrt{8} =$

3) $\sqrt[3]{10.000} =$

2) $\sqrt{0,27} =$

4) $\sqrt[4]{x^{21}} =$

5) $\sqrt{16x^{3}} =$

6) $\sqrt{9a^{2}.b^{6}.c} =$

7) $\sqrt[3]{-8x^{6}.y^{5}} =$

8) $\sqrt[3]{\dfrac{81m^{11}.n^{16}}{125}} =$

9) $\sqrt[4]{\dfrac{32x^{10}}{81y^{20}}} =$

10) $\sqrt[3]{\dfrac{0,064a^{8}.b^{10}}{c^{21}}} =$

PARADA TEÓRICA

# 11 Adición y sustracción de radicales

## Radicales semejantes

*Dos radicales son **semejantes** cuando tienen igual índice y el mismo radicando.*

Términos con radicales semejantes: $\sqrt{3}$ y $5\sqrt{3}$; $-2\sqrt[3]{2}$ y $4\sqrt[3]{2}$; $3\sqrt[4]{x^3}$ y $-8\sqrt[4]{x^3}$.

Términos con radicales no semejantes: $-\sqrt[3]{7}$ y $2\sqrt{7}$; $5\sqrt{3}$ y $7\sqrt{2}$; $-4\sqrt[4]{3}$ y $9\sqrt[3]{4}$.

## Adición y sustracción de radicales

Solo es posible sumar o restar términos que contienen radicales semejantes.

**a)** $3\underline{\sqrt{2}} + 5\underline{\sqrt{2}} - \underline{\sqrt{2}} = \sqrt{2}(3 + 5 - 1) = 7\sqrt{2}$

**b)** $5\underline{\sqrt{3}} - 2\underline{\underline{\sqrt{5}}} + 3\underline{\sqrt{3}} + 7\underline{\underline{\sqrt{5}}} = \sqrt{3}(5 + 3) + \sqrt{5}(-2 + 7) = 8\sqrt{3} + 5\sqrt{5}$

Existen casos en los cuales ciertos radicales son semejantes luego de llevarlos a su mínima expresión.

**a)**
$$\begin{aligned} 3\sqrt{2} - 5\sqrt{32} + 7\sqrt{8} - 9\sqrt{50} &= 3\sqrt{2} - 5\sqrt{2^5} + 7\sqrt{2^3} - 9\sqrt{5^2 . 2} \\ &= 3\sqrt{2} - 5\sqrt{2^4}\,\sqrt{2} + 7\sqrt{2^2}\,\sqrt{2} - 9\sqrt{5^2}\,\sqrt{2} \\ &= 3\sqrt{2} - 5.2^2\,\sqrt{2} + 7.2\sqrt{2} - 9.5\sqrt{2} \\ &= \sqrt{2}(3 - 20 + 14 - 45) = -48\sqrt{2} \end{aligned}$$

**b)**
$$\begin{aligned} 4\sqrt{3} - 6\sqrt[4]{25} - 8\sqrt{27} + \sqrt{20} &= 4\sqrt{3} - 6\sqrt[4]{5^2} - 8\sqrt{3^2 . 3} + \sqrt{2^2 . 5} \\ &= 4\sqrt{3} - 6\sqrt{5} - 8.3\sqrt{3} + 2\sqrt{5} \\ &= \sqrt{3}(4 - 24) + \sqrt{5}(-6 + 2) = -20\sqrt{3} - 4\sqrt{5} \end{aligned}$$

## Multiplicación de radicales de igual índice

La operatoria con radicales cumple con las siguientes propiedades.

- Propiedad distributiva de la multiplicación y división respecto de la suma y resta:

$$a(b \pm c) = (b \pm c)a = ab \pm ac \quad \wedge \quad (b \pm c) : a = b : a \pm c : a$$

- Cuadrado de un binomio y diferencia de cuadrados:

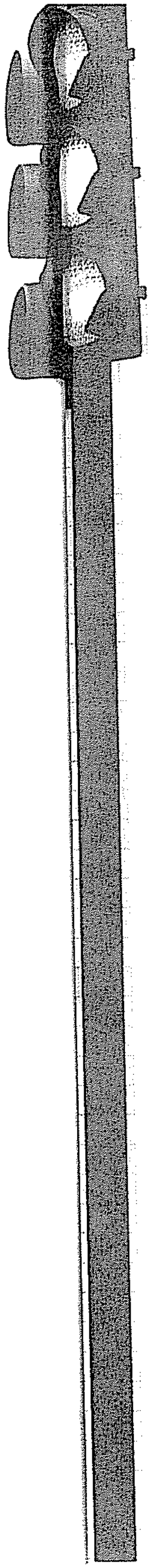
$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2 \quad \wedge \quad (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

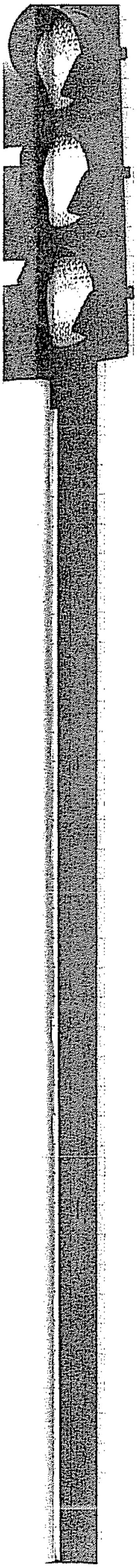
**a)** $\sqrt{2}(\sqrt{2} + \sqrt{8}) = \sqrt{2}\,\sqrt{2} + \sqrt{2}\,\sqrt{8} = \sqrt{4} + \sqrt{16} = 2 + 4 = 6$

**b)** $(\sqrt{75} - \sqrt{27}) : \sqrt{3} = \sqrt{75} : \sqrt{3} - \sqrt{27} : \sqrt{3} = \sqrt{25} - \sqrt{9} = 5 - 3 = 2$

**c)** $(\sqrt{3} - \sqrt{5})^2 = (\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3}\,\sqrt{5} + (\sqrt{5})^2 = 3 - 2\sqrt{15} + 5 = 8 - 2\sqrt{15}$

**d)** $(\sqrt{8} + \sqrt{3})(\sqrt{8} - \sqrt{3}) = (\sqrt{8})^2 - (\sqrt{3})^2 = 8 - 3 = 5$





# Adición y sustracción de radicales

PARADA PRÁCTICA 11

VERIFICACIÓN 11

- Sumen y resten los siguientes radicales semejantes.

**1)** $\sqrt{2} + \sqrt{2} - 5\sqrt{2} =$

**2)** $\sqrt[3]{x} + 2\sqrt[3]{x} - 3\sqrt[3]{x} =$

APLICACIÓN 11

## Ejercicio 11.1

- **Resuelvan las siguientes adiciones y sustracciones.**

**1)** $\sqrt{a} - 2\sqrt{b} + \sqrt{a} - \sqrt{b} =$

**2)** $\sqrt{9x} - \sqrt{25x} + \sqrt{49x} =$

**3)** $3\sqrt{18} - 11\sqrt{2} + 2\sqrt{50} =$

**4)** $\sqrt[4]{9y^8} + \sqrt[6]{27y^{12}} =$

**5)** $\frac{3}{2}\sqrt[3]{\frac{16}{27}} - \frac{5}{3}\sqrt[3]{54} + 5\sqrt[3]{\frac{2}{125}} =$

**6)** $\sqrt{81a^3} + \sqrt{9a^3} - \sqrt{25a^3} =$

## Ejercicio 11.2

- **Resuelvan las siguientes multiplicaciones.**

**1)** $\left(5 + \sqrt{\frac{3}{4}}\right)\left(5 - \sqrt{\frac{3}{4}}\right) =$

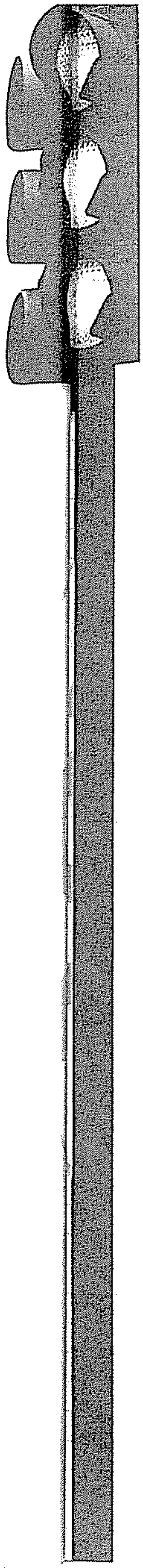
**2)** $\sqrt[4]{2a^2}\,\sqrt[4]{ab}\,\sqrt[4]{2ab} =$

**3)** $2\sqrt[5]{ab} : \left(-3\sqrt[5]{\frac{1}{a^2}}\right) =$

**4)** $\sqrt{3}(\sqrt{6} - \sqrt{24}) + \sqrt{98} =$

**5)** $\sqrt{6}(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 =$

# 12 Multiplicación y división de radicales



Para efectuar cualquier multiplicación o división de radicales, estos deben tener el mismo índice.

Para que los índices de dos o más radicales sean iguales se debe calcular el **MCM** de los índices de los radicales dados, obteniéndose así el **mínimo común índice**.

Reducir a mínimo común índice los siguientes radicales:

**a)** $\sqrt{5}$ y $\sqrt[3]{7}$ $\longrightarrow$ MCM(2;3) = 6; ambos radicales deben tener índice **6**

$\sqrt{5} = \sqrt[2\cdot3]{5^{1\cdot3}} = \sqrt[6]{125}$ y $\sqrt[3]{7} = \sqrt[3\cdot2]{7^{1\cdot2}} = \sqrt[6]{49}$

**b)** $\sqrt[4]{a^3}$ y $\sqrt[8]{x}$ $\longrightarrow$ MCM(4;8) = 8; ambos radicales deben tener índice **8**.

$\sqrt[4]{a^3} = \sqrt[4\cdot2]{a^{3\cdot2}} = \sqrt[8]{a^6}$ y $\sqrt[8]{x}$

## Multiplicación y división de radicales de distinto índice

Para multiplicar o dividir radicales de distinto índice, se los debe reducir a mínimo común índice y luego aplicar las propiedades recíprocas de las distributivas de la radicación respecto de la multiplicación y división.

$$\sqrt[n]{a}\,\sqrt[n]{b}\,\sqrt[n]{c}\ldots\sqrt[n]{d} = \sqrt[n]{abc\ldots d} \;\wedge\; \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

**a)** $\sqrt{2}\,\sqrt[3]{2} = \sqrt[2\cdot3]{2^{1\cdot3}}\,\sqrt[3\cdot2]{2^{1\cdot2}} = \sqrt[6]{2^3}\,\sqrt[6]{2^2} = \sqrt[6]{2^3\,2^2} = \sqrt[6]{2^5}$

**b)** $\sqrt[3]{x^2}\,\sqrt[4]{x^3} = \sqrt[3\cdot4]{x^{2\cdot4}}\,\sqrt[4\cdot3]{x^{3\cdot3}} = \sqrt[12]{x^8}\,\sqrt[12]{x^9} = \sqrt[12]{x^8.x^9} = \sqrt[12]{x^{17}} = \sqrt[12]{x^{12}.x^5} = x\sqrt[12]{x^5}$

**c)** $\dfrac{\sqrt[4]{2^3}}{\sqrt[6]{2^5}} = \dfrac{\sqrt[4\cdot3]{2^{3\cdot3}}}{\sqrt[6\cdot2]{2^{5\cdot2}}} = \dfrac{\sqrt[12]{2^9}}{\sqrt[12]{2^{10}}} = \sqrt[12]{\dfrac{2^9}{2^{10}}} = \sqrt[12]{\dfrac{1}{2}}$

**d)** $\dfrac{\sqrt[4]{m^3}}{\sqrt[5]{m^2}} = \dfrac{\sqrt[4\cdot5]{m^{3\cdot5}}}{\sqrt[5\cdot4]{m^{2\cdot4}}} = \dfrac{\sqrt[20]{m^{15}}}{\sqrt[20]{m^8}} = \sqrt[20]{\dfrac{m^{15}}{m^8}} = \sqrt[20]{m^7}$

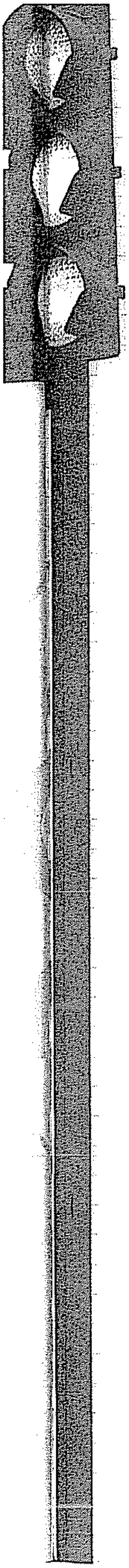
## Operaciones combinadas

Para resolver un cálculo combinando con radicales, se deben aplicar los mismos procedimientos y propiedades que para un cálculo numérico.

**a)** $\dfrac{\sqrt{2}\,\sqrt[3]{4}}{\sqrt[4]{2}} = \dfrac{\sqrt[2\cdot6]{2^{1\cdot6}}\,\sqrt[3\cdot4]{2^{2\cdot4}}}{\sqrt[4\cdot3]{2^{1\cdot3}}} = \dfrac{\sqrt[12]{2^6}\,\sqrt[12]{2^8}}{\sqrt[12]{2^3}} = \sqrt[12]{\dfrac{2^6.2^8}{2^3}} = \sqrt[12]{\dfrac{2^{14}}{2^3}} = \sqrt[12]{2^{11}}$

**b)** $\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt[10]{x}} \cdot \dfrac{\sqrt{\sqrt{x}}}{\sqrt[4]{x^3}} = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt[10]{x}} \cdot \dfrac{\sqrt[4]{x}}{\sqrt[4]{x^3}} = \dfrac{\sqrt[2\cdot10]{x^{1\cdot10}}\,\sqrt[4\cdot5]{x^{1\cdot5}}}{\sqrt[10\cdot2]{x^{1\cdot2}}\,\sqrt[4\cdot5]{x^{3\cdot5}}} = \dfrac{\sqrt[20]{x^{10}.x^5}}{\sqrt[20]{x^2.x^{15}}} = \dfrac{\sqrt[20]{x^{15}}}{\sqrt[20]{x^{17}}} = \sqrt[20]{\dfrac{x^{15}}{x^{17}}} = \sqrt[20]{\dfrac{1}{x^2}} = \sqrt[10]{\dfrac{1}{x}}$

**c)** $\sqrt{x\sqrt{x}}\,\sqrt[3]{x} = \sqrt{x}\,\sqrt{\sqrt{x}}\,\sqrt[3]{x} = \sqrt{x}\,\sqrt[4]{x}\,\sqrt[3]{x} = \sqrt[12]{x^6}\,\sqrt[12]{x^3}\,\sqrt[12]{x^4} = \sqrt[12]{x^{13}} = \sqrt[12]{x^{12}.x} = x\sqrt[12]{x}$



# Multiplicación y división de radicales

PARADA PRÁCTICA 12

VERIFICACIÓN 12

- Reduzcan a mínimo común índice los siguientes radicales.

1) $\sqrt[3]{x^2}$ y $\sqrt{x}$

2) $\sqrt[3]{2}$ y $\sqrt[4]{2}$

APLICACIÓN 12

## Ejercicio 12.1

- **Realicen las siguientes multiplicaciones y divisiones.**

1) $\sqrt[5]{3x^3}\,\sqrt{3x} =$

2) $\sqrt{m}\,\sqrt[3]{m^2}\,\sqrt[4]{m^3} =$

3) $\sqrt[3]{ab^2}\,\sqrt[5]{a^2 . b^3} =$

4) $\sqrt{4x}\,\sqrt[3]{4x^2}\,\sqrt[6]{16x^3} =$

5) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{4}} =$

6) $\dfrac{\sqrt[3]{9x}}{\sqrt[4]{27x^2}} =$

## Ejercicio 12.2

- **Resuelvan cada uno de los siguientes cálculos combinados.**

1) $\dfrac{\sqrt{14}\,\sqrt{6}}{\sqrt{15}\,\sqrt{10}} =$

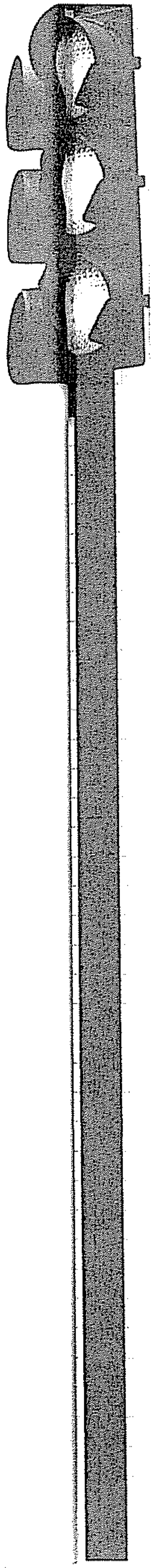
2) $\dfrac{\sqrt{x}\,\sqrt{\sqrt{x}}}{\sqrt[3]{x}} =$

3) $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}} =$

4) $\sqrt[3]{\dfrac{\sqrt[4]{8}}{\sqrt{2}}}\,\sqrt{2} =$

PARADA TEÓRICA 13

# Racionalización de denominadores



Racionalizar el denominador de una fracción es transformarlo en un número racional; por lo tanto, siempre que en el mismo aparezcan radicales irracionales se debe hallar una fracción equivalente a la dada con denominador racional.

**Primer caso:** en el denominador hay un único radical.

**a)** Racionalizar $\frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

**b)** Racionalizar $\frac{3}{\sqrt[3]{5}}$

$$\frac{3}{\sqrt[3]{5}} = \frac{3}{\sqrt[3]{5}} \cdot \frac{\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5^2}} = \frac{3\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5^2 . 5}} = \frac{3\sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{5^3}} = \frac{3\sqrt[3]{25}}{5}$$

**c)** Racionalizar $\frac{2}{\sqrt[4]{x^3 . y^2}}$

$$\frac{2}{\sqrt[4]{x^3 . y^2}} = \frac{2}{\sqrt[4]{x^3 . y^2}} \cdot \frac{\sqrt[4]{xy^2}}{\sqrt[4]{xy^2}} = \frac{2\sqrt[4]{xy^2}}{\sqrt[4]{x^3 . y^2 . xy^2}} = \frac{2\sqrt[4]{xy^2}}{\sqrt[4]{x^4 y^4}} = \frac{2\sqrt[4]{xy^2}}{xy}$$

**Segundo caso:** el denominador es una suma o resta de uno o dos radicales de índice 2.

Para racionalizar este tipo de expresiones, se debe aplicar el producto de una suma de dos términos por su diferencia: $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

**a)** Racionalizar: $\frac{4}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$

$$\frac{4}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} = \frac{4(\sqrt{5} + \sqrt{3})}{(\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3})} = \frac{4(\sqrt{5} + \sqrt{3})}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2}$$

$$= \frac{4(\sqrt{5} + \sqrt{3})}{5 - 3} = \frac{4(\sqrt{5} + \sqrt{3})}{2} = 2(\sqrt{5} + \sqrt{3}) = 2\sqrt{5} + 2\sqrt{3}$$

**b)** Racionalizar: $\frac{\sqrt{2} - 1}{4 - \sqrt{6}}$

$$\frac{\sqrt{2} - 1}{4 - \sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2} - 1}{4 - \sqrt{6}} \cdot \frac{4 + \sqrt{6}}{4 + \sqrt{6}} = \frac{(\sqrt{2} - 1)(4 + \sqrt{6})}{(4 - \sqrt{6})(4 + \sqrt{6})} = \frac{4\sqrt{2} + \sqrt{2}\,\sqrt{6} - 4 - \sqrt{6}}{4^2 - (\sqrt{6})^2}$$

$$= \frac{4\sqrt{2} + \sqrt{12} - 4 - \sqrt{6}}{16 - 6} = \frac{4\sqrt{2} + 2\sqrt{3} - 4 - \sqrt{6}}{10} = \frac{2}{5}\sqrt{2} + \frac{1}{5}\sqrt{3} - \frac{2}{5} - \frac{1}{10}\sqrt{6}$$

# Racionalización de denominadores

PARADA PRÁCTICA 13

VERIFICACIÓN 13

- Marquen con una X las expresiones con denominadores irracionales.

1) $\frac{1}{\sqrt{9}}$ 2) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ 3) $\frac{\sqrt{5}}{\pi}$ 4) $\sqrt{\frac{1}{2}}$ 5) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-\frac{1}{2}}$

APLICACIÓN 13

## Ejercicio 13.1

- Racionalicen los denominadores de las siguientes expresiones.

1) $\frac{10}{\sqrt[3]{2}} =$

2) $\frac{2x}{3\sqrt[3]{x}} =$

3) $\frac{4}{\sqrt[9]{256y^8}} =$

4) $\frac{\sqrt{2x}}{\sqrt[3]{2x}} =$

5) $\sqrt[3]{\frac{x}{\sqrt{x}}} =$

6) $\frac{1}{1+\sqrt{2}} =$

7) $\frac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}} =$

8) $\frac{3-\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}} =$

9) $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} =$

10) $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} =$